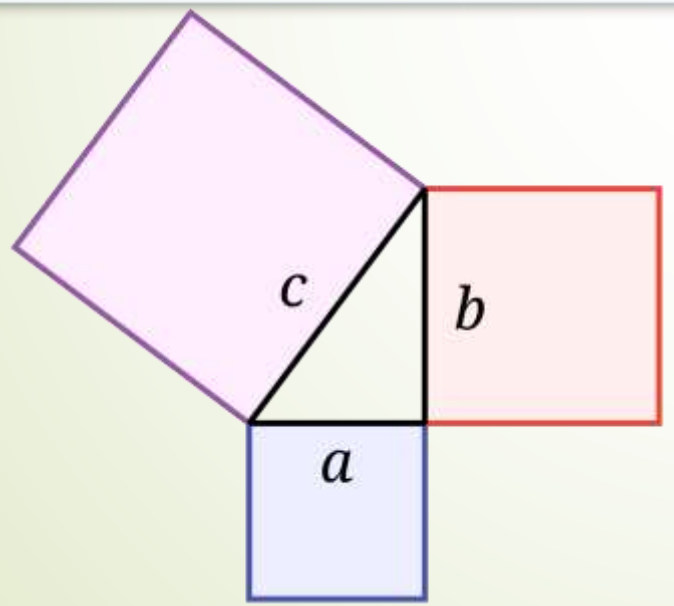
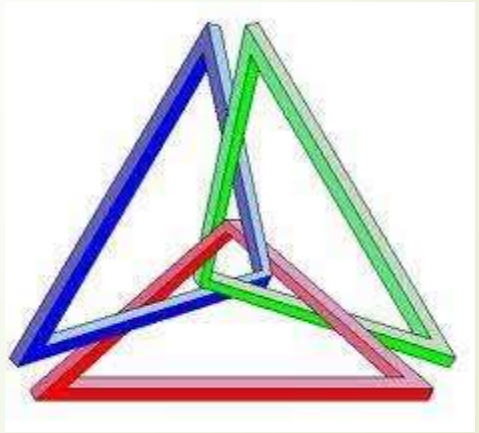
الوحدة الخامسة

المثلثات و نظرية فيثاغورس





صفحة 431

الدرس 7

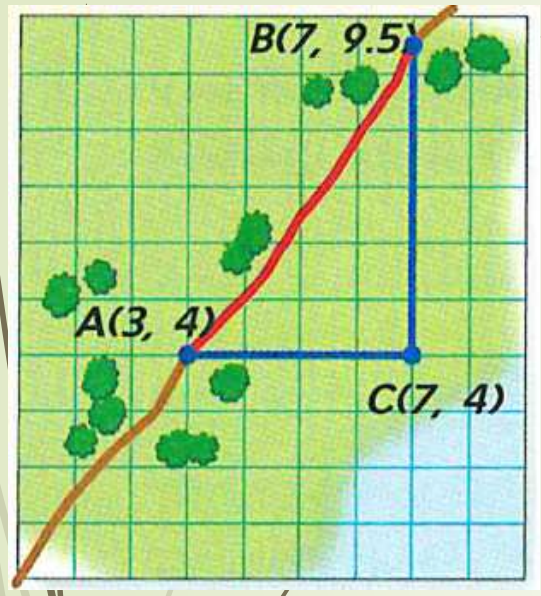
المسافة على المستوى الإحداثي

سوف نتعلم :

1. إيجاد المسافة بين نقطتين على المستوي الإحداثي .
2. إيجاد المسافة بين نقطتين باستخدام قانون المسافة .

الربط بالحياة اليومية

صفحة 431



ركوب الدراجاتفي الجبال كان سعيد يركب دراجته على أحد الطرق، وتبين الخريطة هذا الطريق. وحسب شقيقه الوقت الذي قضاه سعيد في رحلته من النقطة A إلى النقطة B.

1. ماذا يمثل الخطان الأزرق والخط الأحمر على التمثيل البياني؟

يمثل الخطان الأزرق المسافة الأفقية و المسافة الرأسية بين النقطتين A ,B

يمثل الخط الأحمر المسافة الحقيقية بين النقطتين A ,B

2. ما نوع المثلث المتكون من الخطين؟

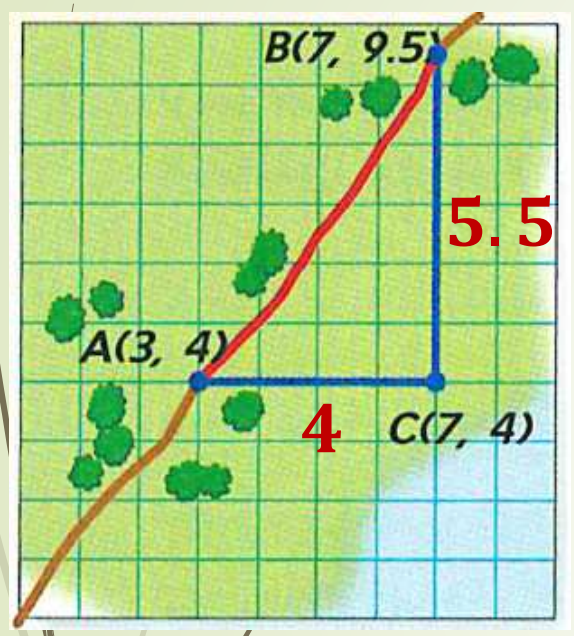
المثلث ABC قائم الزاوية في C

صفحة 431

3. كيف يمكنك إيجاد $\overline{AC}$ و $\overline{BC}$ دون حساب عدد الوحدات؟

يمكن إيجاد $\overline{AC}$ بطرح الإحداثي x للنقطتين A ,C $\quad AC = 7 - 3 = 4$

يمكن إيجاد $\overline{BC}$ بطرح الإحداثي y للنقطتين B ,C $\quad BC = 9.5 - 4 = 5.5$



4. كم وحدة طول الخطين الأزرقين؟

وحدات $AC =$ 4 وحدة $BC =$ 5.5

5. اكتب معادلةً مستخدمًا نظرية فيثاغورس في إيجاد طول $\overline{AB}$.

$$AB = \sqrt{5.5^2 + 4^2}$$

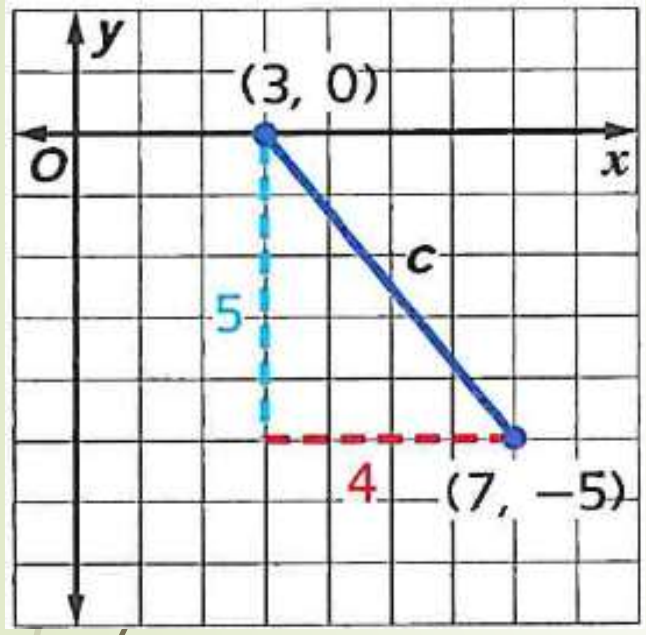
إيجاد المسافة على المستوى الإحداثي

صفحة 432

يمكنك استخدام نظرية فيثاغورس لإيجاد المسافة بين نقطتين على المستوى الإحداثي.

مثال

1. ارسم تمثيلاً بيانيًا للأزواج المرتَّبة (3, 0) و (7, −5). ثم أوجد المسافة c بين النقطتين، وقرّب لأقرب جزء من عشرة.



$$c = \sqrt{5^2 + 4^2} \approx 6.4$$

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

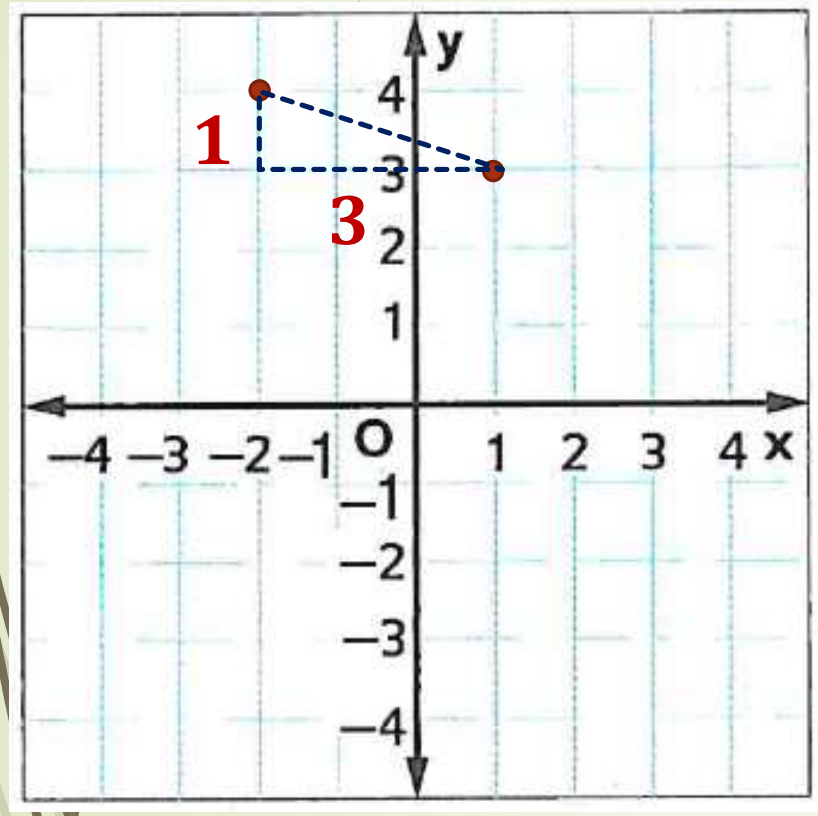
صفحة 432

a. (1, 3), (−2, 4)

مثل النقطتين بيانيًا

نوجد المسافة الأفقية و المسافة الرأسية

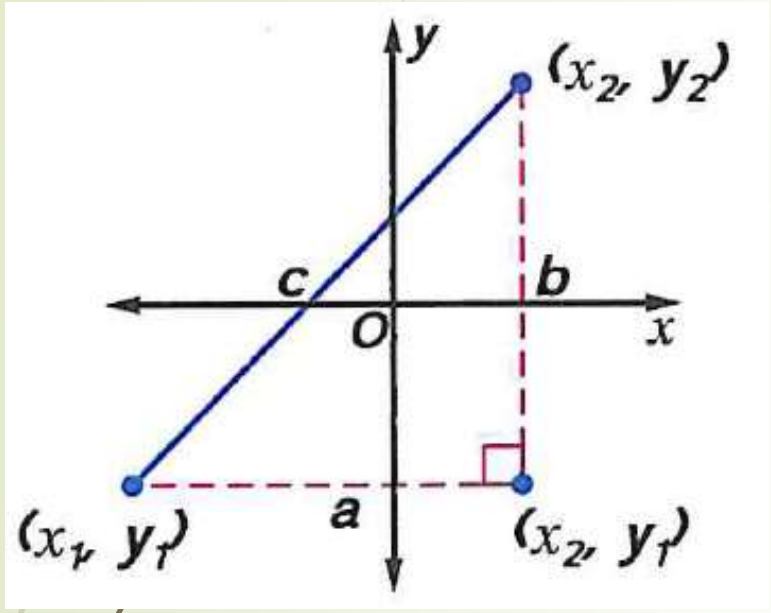
طبق نظرية فيثاغورس



$$c = \sqrt{3^2 + 1^2} \approx 3.2$$

المفهوم الأساسي

قانون المسافة

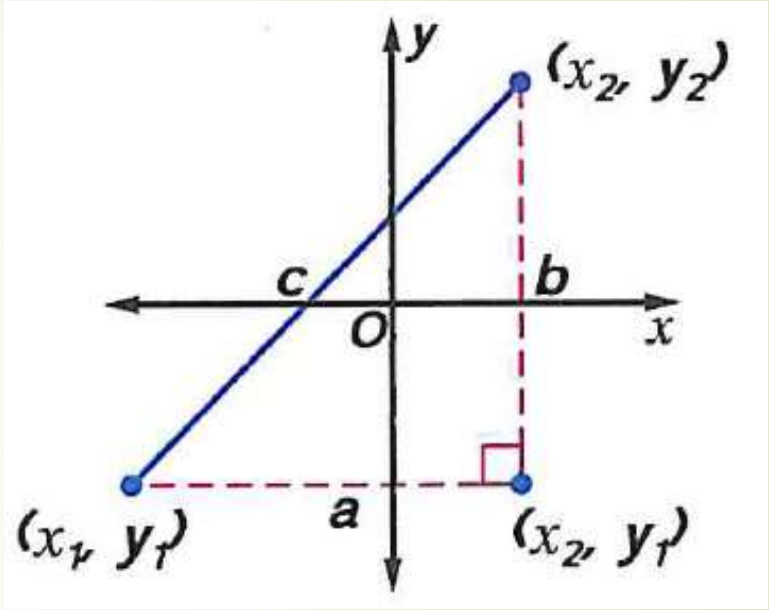


يمكن حساب المسافة d بين نقطتين إحداثياتهما $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$ باستخدام الصيغة التالية :

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

صفحة 433

يمكنك أيضًا استخدام **قانون المسافة** في إيجاد المسافة بين نقطتين على المستوى الإحداثي. ويمكنك استخدام النموذج من مربع "المفهوم الأساسي" لترى كيف أن قانون المسافة يعتمد على نظرية فيثاغورس مثلما هو موضح أدناه.



$a = x_2 - x_1$ $\quad b = y_2 - y_1$

باستخدام نظرية فيثاغورس $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

بالتعويض :

$$c = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

صفحة 433

مثال

2. تمثل كل وحدة على الخريطة 72 كيلومترًا. تقع المدينة A عند (1.5, 2) (x_1, y_1)
والمدينة B عند (−1.5, −1.5). (x_2, y_2)
ما المسافة تقريبًا بين المدينة A والمدينة B؟

حسب قانون المسافة بين نقطتين :

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-1.5 - 1.5)^2 + (-1.5 - 2)^2}$$

$$AB \approx 4.6$$

حيث إن كل وحدة خريطة تساوى 72 كيلومترًا

فالمسافة بين المدينتين تساوي

$$4.6 \times 72 = 331.2\ km$$

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

صفحة 433

(x_2, y_2) (x_1, y_1)

b. يقع حقل K عند (2.5, 3.5) وحقل L عند (1.5, 4.5) على الخريطة. إذا كانت كل وحدة على الخريطة تساوي 0.16 كيلومتر، فما المسافة تقريبًا بين الحقلين؟

$$KL = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$KL = \sqrt{(1.5 - 2.5)^2 + (4.5 - 3.5)^2}$$

$$KL \approx 1.4$$

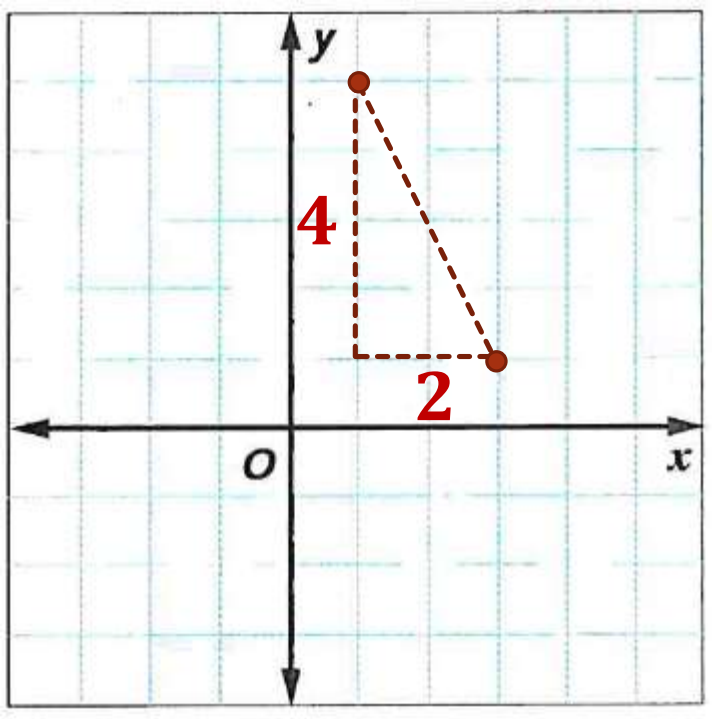
المسافة بين الحقلين

$$1.4 \times 0.16 = 0.224\ km$$

تمرين موجّه

صفحة 434

1. ارسم تمثيلاً بيانيًا للأزواج المرتَّبة (1, 5) و (3, 1). ثم أوجد المسافة بين النقطتين، وقرّب لأقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. (مثال 1)



$$c = \sqrt{4^2 + 2^2} \approx 4.5$$

تمرين موجّه

صفحة 434

(x_1, y_1)

2. في خريطة المتنزه، تقع وحدة الحراسة عند النقطة $(2.5, 3.5)$ ومركز الطبيعة عند النقطة $(0.5, 4)$. وتساوي كل وحدة على الخريطة 0.8 كيلومتر.

(x_2, y_2)

ما المسافة تقريبًا بين وحدة الحراسة ومركز الطبيعة؟ (المثالان 2 و 3)

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(0.5 - 2.5)^2 + (4 - 3.5)^2} \approx 2.1$$

المسافة بين وحدة الحراسة و مركز الطبيعة

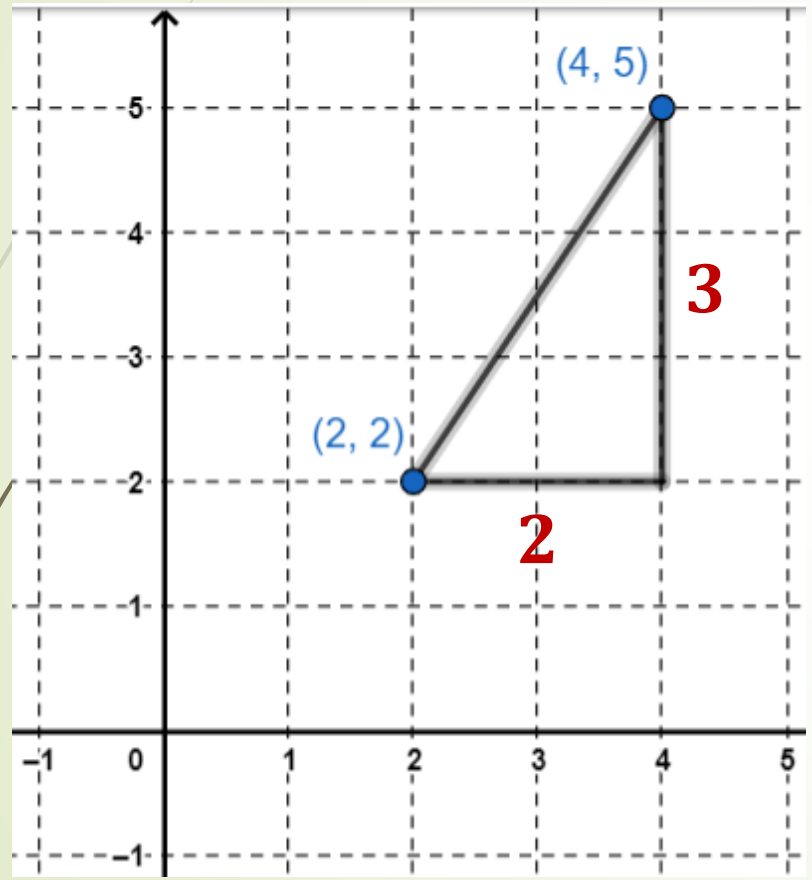
$$2.1 \times 0.8 = 1.68\ km$$

تمارين ذاتية

صفحة 435

ارسم تمثيلاً بيانيًا لكل زوج من الأزواج المرتّبة. ثم أوجد المسافة بين النقطتين وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. (مثال 1)

1. (4, 5), (2, 2)



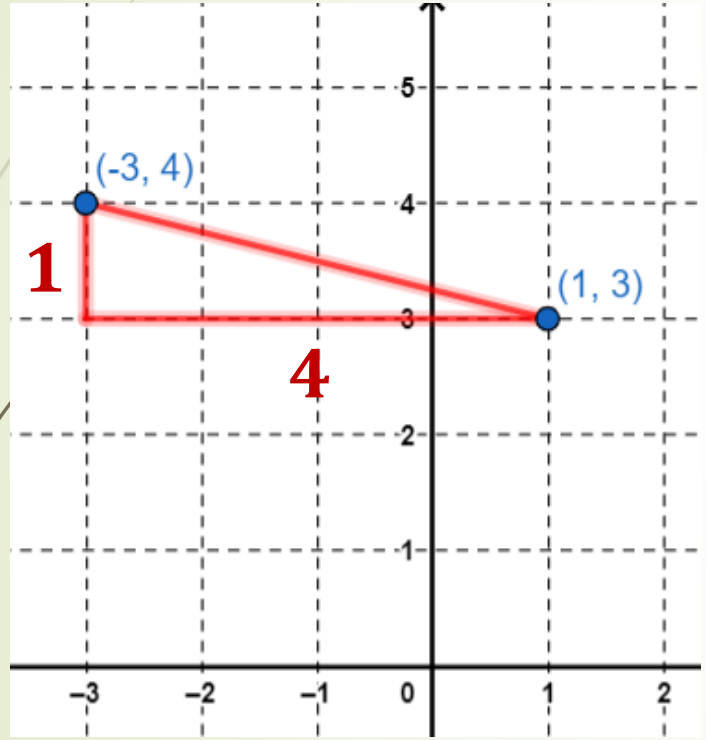
$$c = \sqrt{3^2 + 2^2} \approx 3.6$$

تمارين ذاتية

صفحة 435

ارسم تمثيلاً بيانيًا لكل زوج من الأزواج المرتّبة. ثم أوجد المسافة بين النقطتين وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. (مثال 1)

2. $(-3, 4), (1, 3)$



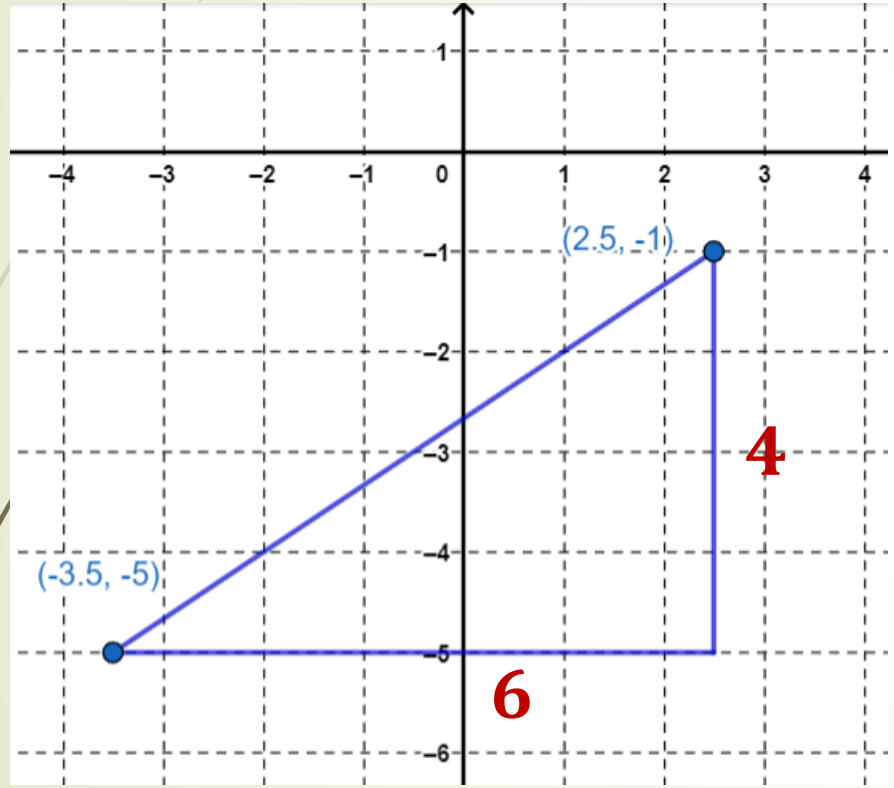
$$c = \sqrt{4^2 + 1^2} \approx 4.1$$

تمارين ذاتية

صفحة 435

ارسم تمثيلاً بيانيًا لكل زوج من الأزواج المرتّبة. ثم أوجد المسافة بين النقطتين وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. (مثال 1)

3 (2.5, −1), (−3.5, −5)



$$c = \sqrt{6^2 + 4^2} \approx 7.2$$

تمارين ذاتية

صفحة 435

(x_1, y_1)

4. تُبحر السفية من جزيرة تقع عند النقطة $(4, 12)$ على الخريطة. وجهة السفية هو الميناء B الواقع عند $(6, 2)$. ما المسافة التي ستبحرها السفية إذا كانت كل وحدة على التمثيل البياني تساوي 0.5 كيلومتر؟ (مثال 2)

(x_2, y_2)

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(6 - 4)^2 + (2 - 12)^2} \approx 10.2$$

المسافة التي ستبحرها السفينة

$$10.2 \times 0.5 = 5.1\ km$$

تمارين ذاتية

صفحة 435

استخدم قانون المسافة في إيجاد المسافة بين كل نقطتين. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. (مثال 3)

5 $C(-5, -3), D(-4, -2)$

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$$CD = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$CD = \sqrt{(-4 - (-5))^2 + (-2 - (-3))^2} \approx 1.4$$

تمارين ذاتية

صفحة 435

استخدم قانون المسافة في إيجاد المسافة بين كل نقطتين. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. (مثال 3)

6. $Y(3.5, 1), Z(-4, 2.5)$

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$$YZ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$YZ = \sqrt{(-4 - 3.5)^2 + (2.5 - 1)^2} \approx 7.6$$

تمارين ذاتية

صفحة 435

استخدم قانون المسافة في إيجاد المسافة بين كل نقطتين. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. (مثال 3)

7. $K\left(8\frac{1}{2}, 12\right), L\left(-6\frac{3}{4}, 7\frac{1}{2}\right)$

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$$KL = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$KL = \sqrt{\left(-6\frac{3}{4} - 8\frac{1}{2}\right)^2 + \left(7\frac{1}{2} - 12\right)^2} \approx 15.9$$

تمارين ذاتية

صفحة 435

8. خط الطول لمدينة شيكاغو وإلينوي هو 88° غربًا، وخط الطول لهما هو 42° شمالاً. وتقع إنديانا بوليس وإنديانا عند خط الطول 86° غربًا وخط الطول 40° شمالاً. تساوي كل درجة عند خط الطول/العرض هذا 85 كيلومترًا. أوجد المسافة بين شيكاغو وإنديانا بوليس.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(86 - 88)^2 + (40 - 42)^2} \approx 2.8$$

المسافة بين شيكاغو و إنديانا بوليس

$$2.8 \times 85 = 238\ km$$

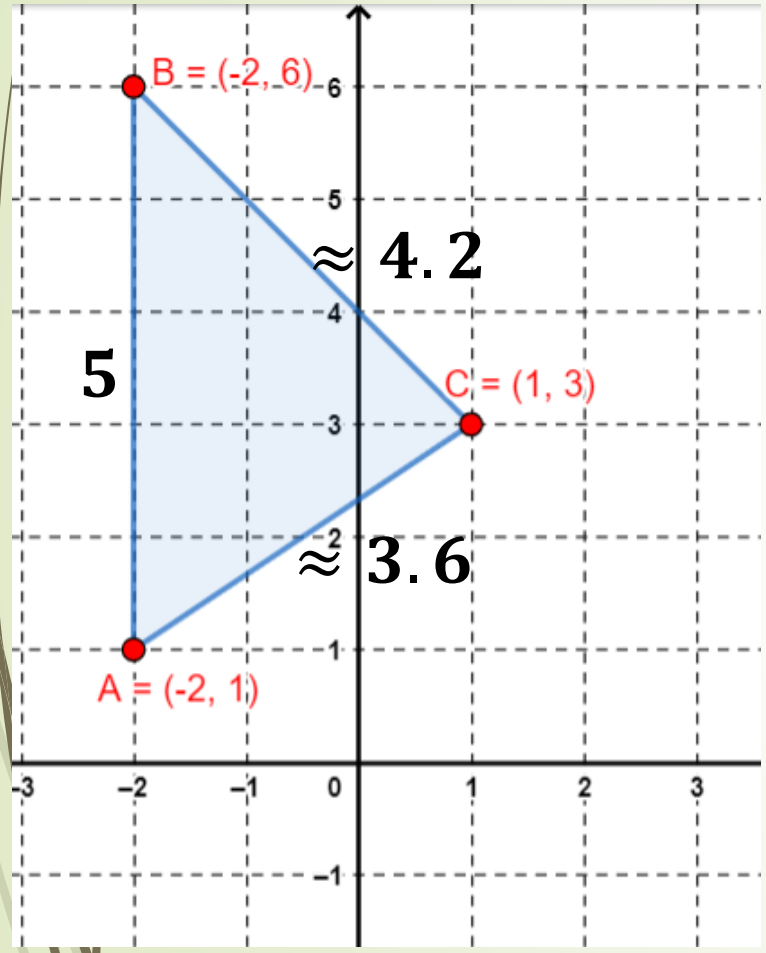
تمارين ذاتية

صفحة 436

9. **التمثيلات المتعددة** النقاط $A(-2, 1)$ و $B(-2, 6)$ و $C(1, 3)$ هي رؤوس المثلث.

a. **التمثيلات البيانية** ارسم تمثيلاً بيانيًا للنقاط $A(-2, 1)$ و $B(-2, 6)$ و $C(1, 3)$.

b. **كلمات** فسر كيفية إيجاد طول القطع BC.



حسب قانون المسافة

$$BC = \sqrt{(-2-1)^2+(6-3)^2} \approx 4.2$$

c. **الأعداد** أوجد طول كل ضلع في $\triangle ABC$. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

$$AC = \sqrt{(-2-1)^2+(1-3)^2} \approx 3.6$$

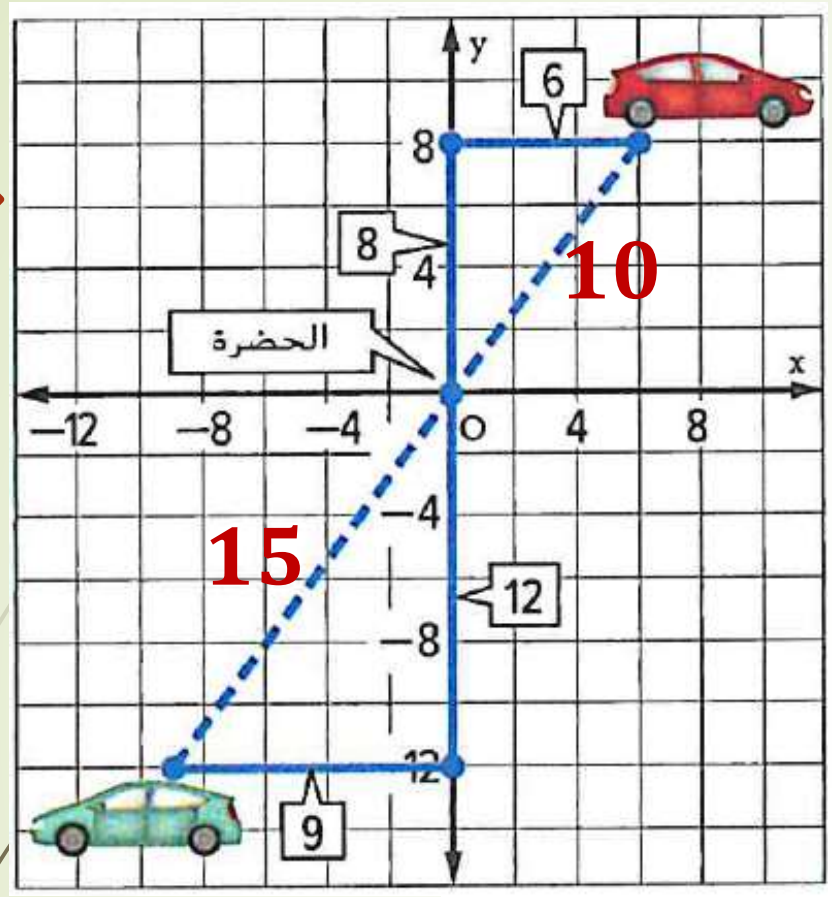
$$AB = \sqrt{(-2-(-2))^2+(1-6)^2} = 5$$

d. **الأعداد** ما محيط $\triangle ABC$؟

محيط المثلث $= 4.2 + 3.6 + 5 = 12.8$

صفحة 438

انطلق تمرين على الاختبار



$$\sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

$$\sqrt{12^2 + 9^2} = 15$$

$$10 + 15 = 25$$

21. تغادر سيارتان منزلاً في الحضرة، تسير السيارة الأولى 8 كيلومترات شمالاً، ثم 6 كيلومترات شرقًا. وتسير السيارة الثانية 12 كيلومترًا جنوبًا، ثم 9 كيلومترات غربًا. حدد هل العبارة صواب أم خطأ.

a. تبعد السيارة الأولى 10 كيلومترات عن الحضرة. ☐ صواب ☐ خطأ

b. تبعد السيارة الثانية 15 كيلومترًا عن الحضرة. ☐ صواب ☐ خطأ

c. تبعد السيارتان عن بعضهما 35 كيلومترًا. ☐ صواب ☐ خطأ